

ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА ПРИРАСТИ НА СРЕДНИ РАВНИЩА С РЕАЛНИ НЕТНИ И БРУТНИ ЕФЕКТИ

Предложена е методика за анализ на прирасти на претеглени средни равнища. Те се представят като произведения на интензивни характеристики за икономическа ефективност по отрасли, фирми или други групи на данните с относителните дялове (теглата) на екстензивните количества единици в същите групи. Изменението на едно средно равнище се разделя само на реални ефекти от промени на груповите интензивни характеристики, изменения на теглата и от тяхното съвместно влияние. Третият ефект от съвместното влияние възниква само при еднопосочни промени (увеличения или намаления) на дадена интензивна характеристика и съответното тегло.

JEL: C10; D11

Един от традиционните проблеми на икономическата статистика е анализът на прираста или намалението на дадено средно равнище, което може да се представи като претеглена средна аритметична. Тя се получава от същите данни както непретеглената средна, но предварително групирани по някакъв важен за управлението признак.

На всички равнища на икономическия анализ се прилагат много и различни показатели, които имат формата на претеглени средни. Някои от тях като показателите за икономическа ефективност – производителност на труда или трудоемкост, капиталоемкост, фондоемкост, ресурсоемкост, рентабилност и др., имат почти универсално и изключително познавателно значение. Например един от основните и най-важни показатели на макро-равнище е средната производителност на труда, измерена чрез произведената продукция на едно заето лице в страната през даден период (календарна година). Освен като отношение между произведената продукция и броя на заетите в страната същата производителност на труда може да се получи чрез отрасловите средни производителности, претеглени с броя на заетите или техните относителни дялове в наблюдаваните отрасли.

Други възможни групировки на данните, които са много показателни за анализ на макроравнище, са по подотрасли, икономически сектори, форми на собственост, териториални поделения на страната и комбинации от тези признаци. Оттук възниква следната задача на факторния анализ: каква част от изменението на средната производителност на труда се дължи на промените на отрасловите производителности и каква част – на промяната на отрасловата структура на заетите. Както е известно от теорията на икономическата статистика, тази задача се решава с индексен факторен анализ. Тук се предлага методика за адитивен факторен анализ, различията на която с традиционния индексен анализ са показани последователно в изложението. Тя е изведена от друга публикувана методика за анализ на

прирасти на абсолютни резултативни величини.¹ Общото между двете методики е, че се работи само с реални прирасти или намаления на резултативната величина – размера на продукцията в първата методика и средната производителност на труда във втората. При такова принципно условие за реални величини може да възникне т.нар. съвместен резултат само от еднопосочни промени (увеличения или намаления) на факторните показатели. За разлика от другите известни схеми на индексния факторен анализ в предлаганата методика не се допускат съвместни резултати от разнопосочни промени на факторните показатели.

Следващото условие е, че при сравняването на данни само за два периода – базисен и отчетен, ако се получи съвместен резултат, той не трябва да се разделя по никакъв начин на отделни части. Вместо разделяне той може да се отнесе към нетния (чист) ефект на всеки от двата фактора. По този начин се образува брутен ефект, който представлява цялостният краен резултат от промяната на дадения факторен показател. Друго важно условие е, че данните за базисния и отчетния период трябва да са сравними помежду си. За разглеждания пример това означава, че е необходимо обемите на продукцията да бъдат оценени в съпоставими цени, а количествата на заетите – чрез единна методика за определяне на техния средногодишен брой.

От своя страна различието между двете предлагани методики произлиза от вида на резултативната величина и факторите, чрез които се анализира нейното изменение. Анализът с първата методика има две форми – при негрупиран и групирани данни. При първите изменението на абсолютната резултативна величина (обема на произведената продукция) се подразделя на два ефекта – от промяната на коефициента на средната производителност на труда и от промяната на броя на заетите. При групирани данни същото изменение на абсолютната резултативна величина се подразделя на три ефекта – от промените на коефициентите за отрасловите производителности на труда, промените на броя на заетите по отрасли и от промяната на техния общ брой.

С втората методика може да се анализира изменението на средната резултативна величина (производителността на труда) единствено при групирани данни, защото при негрупиран се констатира само промяната на средната производителност на труда. Изменението на този показател при групирани данни се подразделя на два ефекта – от промените на коефициентите за отрасловите производителности на труда и от структурните промени на броя на заетите по отрасли. Или вторият и третият вид некоефициентни промени в първата методика се трансформират в структурни промени на заетите по отрасли.

¹ Христов, Е. Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини с реални нетни и брутни ефекти. – Икономическа мисъл, 2004, N 3, с. 45-69.

Извеждане на методиката за анализ на средни равнища

Въз основа на посочената връзка между двете методики обосновката на втората за анализ на прирасти на средни равнища е изложена чрез пример от първата статия² (вж. таблицата).

Таблица 1

Заети и производителност на труда*

Групи заети	Базисен период				Отчетен период			
	Брой заети q_{i0}	Структура на заетите f_{i0}	Средна произв. на труда, хил. лв. p_{i0}	$p_{i0}f_{i0}$ хил. лв.	Брой заети q_{i1}	Структура на заетите f_{i1}	Средна произв. на труда, хил. лв. p_{i1}	$p_{i1}f_{i1}$ хил. лв.
I	150	0.375	5	1.875	300	0.600	8	4.800
II	100	0.250	1	0.250	50	0.100	4	0.400
III	100	0.250	4	1.000	50	0.100	3	0.300
IV	50	0.125	3	0.375	100	0.200	2	0.400
Общо	400	1.000	3.5	3.500	500	1.000	5.9	5.900

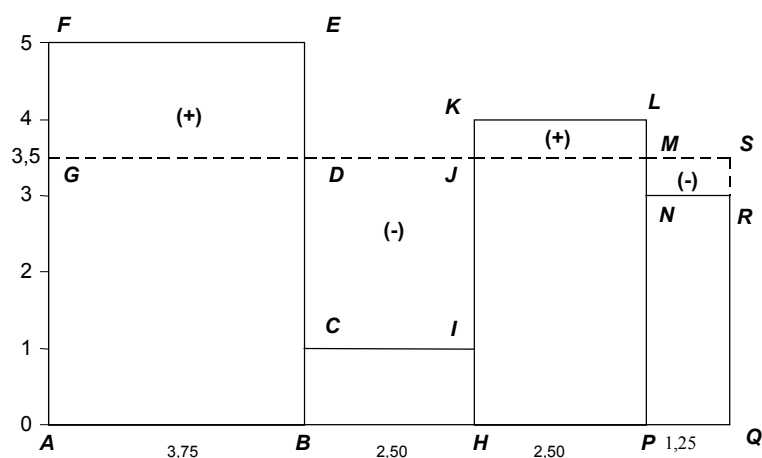
* Изчисленията са на автора.

Таблицата съдържа условни данни за заети и техните средни производителности на труда в четири отрасли за базисен и отчетен период. Общо за всички отрасли средната производителност на труда се е увеличила от $\bar{p}_0 = 3,5$ хил. лв. през базисния период на $\bar{p}_1 = 5,0$ хил. лв. през отчетния, или увеличението е $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 5,9 - 3,5 = 2,4$ хил. лв. Разглеждат се четири условни отрасли с цел да се покажат всички възможни комбинации от промяната на съответна отраслова производителност на труда и на относителния дял на заетите в дадения отрасъл. Ако с p_{i0} означим производителността на труда, а с f_{i0} - относителния дял на заетите в i -ти отрасъл през базисния период, общата средна производителност за всички отрасли \bar{p}_0 е претеглена средна аритметична $\bar{p}_0 = \sum_{i=1}^4 p_{i0}f_{i0}$ и представлява сума от отделните части или компоненти $p_{i0}f_{i0}$ за четирите

² Пак там, с. 60.

отрасъла. Условието за f_{i0} е $\sum_{i=1}^4 f_{i0} = 1$ или 100%, ако се работи с проценти.

Само изразът $p_{i0}f_{i0}$ представя частта на i -тия отрасъл в средната производителност на труда \bar{p}_0 . Стойностите на тези четири компонента през базисния период са показани в петата колона на таблицата и графично на фиг.1.

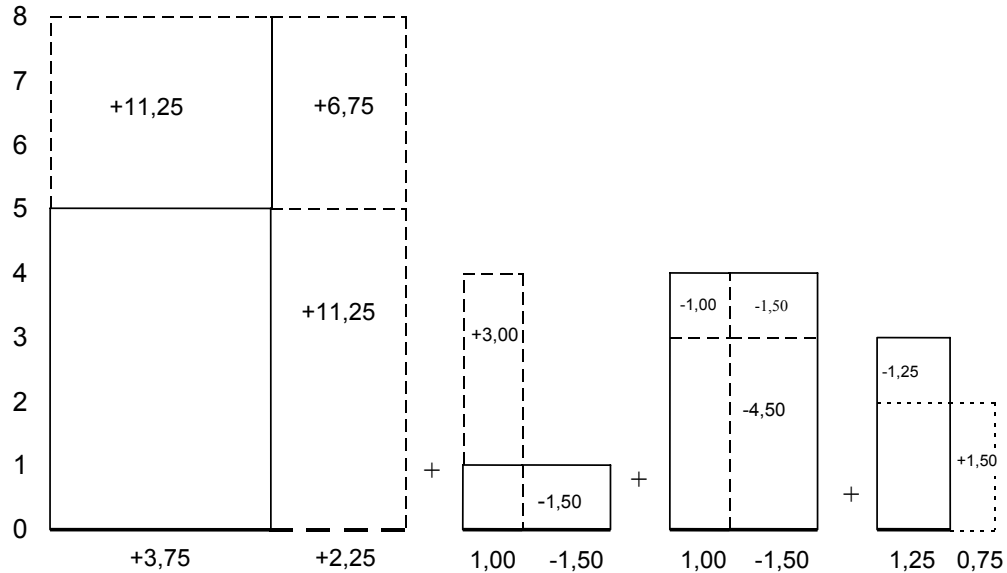


Фигура 1

Средната базисна производителност на труда \bar{p}_0 е представена на фиг. 1 с правоъгълника $AQSG$. Дължината на неговата основа е 10 см и съответства на сумата на относителните дялове, които са нанесени на абсцисната ос с отсечки също в сантиметри. По този начин изходният относителен дял $f_{10} = 0,375$ в таблицата е представен с отсечката $AB = f'_{10} = 3,75$ см, равните относителни дялове f_{20} и f_{30} са нанесени чрез отсечките $BH = f'_{20}$ и $HP = f'_{30}$ с дължини по 2,50 см и накрая четвъртият относителен дял $f_{40} = 0,125$ е представен с отсечката $PQ = f'_{40} = 1,25$ см. На ординатната ос са отчетени коефициентите за отрасловите производителности на труда, които са представени също с отсечки в сантиметри. Например $p_{10} = 5$ хил. лв. от таблицата е отсечката $AF = 5$ см, $p_{20} = 2$ хил. лв. е $BC = 1$ см, $p_{30} = 4$ хил. лв. е $HK = 4$ см и $p_{40} = 3$ хил. лв. е отсечката $PN = 3$ см. Размерът на базисната средна производителност \bar{p}_0

се изразява графично на фиг. 1 с площта на правоъгълника $AQSG = 3,5 \cdot 10 = 35 \text{ см}^2$. Ако се работи с изходните относителни дялове f_{i0} от таблицата, същата средна производителност $\bar{p}_0 = 3,5 \cdot 1 = 3,5$ хил. лв., защото сумата на относителните дялове е равна на 1. Тази стойност на \bar{p}_0 е представена графично на ординатната ос чрез отсечката $AG = 3,5$ см. Площта $AQSG = 35 \text{ см}^2$ може да се изрази и като сума от площите на четирите правоъгълника $ABEF = 18,75 \text{ см}^2$, $BHIC = 2,50 \text{ см}^2$, $HPLK = 10,00 \text{ см}^2$ и $PQRN = 3,75 \text{ см}^2$, които съответстват на четирите отраслови компонента $p_{10}f_{10} = 1,875$ хил. лв., $p_{20}f_{20} = 0,250$ хил. лв., $p_{30}f_{30} = 1,000$ хил. лв. и $p_{40}f_{40} = 3,750$ хил. лв. в таблицата.

Чрез представянето на \bar{p}_0 като сума от четирите отраслови компонента $p_{i0}f_{i0}$ нейното изменение $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$ може да се изрази чрез промените на тези компоненти. По реда на отраслите отделните компоненти и техните промени са показани последователно на фиг. 2.



Фигура 2

На фиг. 2 промените на отрасловите компоненти през отчетната година са отделени с пунктирани линии и са измерени също в см^2 . Вижда се, че прирастът на първия компонент се дължи на увеличената производителност на труда и на относителния дял на заетите. Този прираст се състои от три независими ефекта: нетен (чист) коефициентен или неструктурен прираст $\Delta p_{p1} = (p_{11} - p_{10})f'_{10} = (8 - 5)3,75 = 11,25 \text{ см}^2$, който произлиза само от увеличението на производителността на труда; нетен (чист) структурен прираст само от увеличението на дела на заетите $\Delta p_{f1} = (f'_{11} - f'_{10})p_{10} = (6,00 - 3,75)5 = 11,25 \text{ см}^2$ и съвместен прираст от съвместните увеличения на производителността и на дела на заетите $\Delta p_{pf1} = (p_{11} - p_{10})(f'_{11} - f'_{10}) = (8 - 5)(6,00 - 3,75) = 6,75 \text{ см}^2$.

Ако се използват изходните данни от таблицата за относителните дялове на заетите, на посочените ефекти в см^2 съответстват следните левови еквиваленти: $\Delta p_{p1} = (p_{11} - p_{10})f_{10} = (8 - 5)0,375 = 1,125 \text{ хил. лв.}$, $\Delta p_{f1} = (f_{11} - f_{10})p_{10} = (0,600 - 0,375) \cdot 5 = 1,125 \text{ хил. лв.}$ и $\Delta p_{pf1} = (p_{11} - p_{10})(f_{11} - f_{10}) = (8 - 5)(0,600 - 0,375) = 0,675 \text{ хил. лв.}$ По принцип, тези ефекти могат да се представят и с отсечки на ординатната ос на фиг. 1, но за да се избягнат усложнения, на практика не се препоръчват такива представяния. Сумата на трите ефекта $\Delta p_{p1} + \Delta p_{f1} + \Delta p_{pf1} = 1,125 + 1,125 + 0,675 = 2,925 \text{ хил. лв.}$ е точно равна на общата промяна (прираст) на първия компонент $\Delta p_1 = p_{11}f_{11} - p_{10}f_{10} = 4,800 - 1,875 = 2,925 \text{ хил. лв.}$ (вж. таблицата). Полученият общ прираст има също свое познавателно значение, защото независимо от отделните ефекти показва приноса на първия отрасъл в изменението на средната производителност $\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$.

Както беше отбелязано, съвместните резултати не трябва да се разделят по никакъв начин на части. По наше мнение това е логически недопустимо, защото промяната на производителността на труда на едно заето лице е константна величина, която се получава като разлика от две също константни величини – средните производителности на труда на всички заети през базисната година и отделно през отчетната година.³ С тази константна разлика се характеризира всяко допълнително заето лице независимо от промяната на общия брой на заетите.

За следващия втори компонент на фиг. 2 се установява, че няма съвместен резултат. Промяната на този компонент се образува само от два реални нетни ефекта, които обаче са с различни знаци. Единият от тях представлява нетен коефициентен (неструктурен) прираст, който се

³ Гатев, К. Въведение в статистиката. С., Лиа, 1995, с. 356.

дължи само на увеличението на базисната производителност или $\Delta p_{p_2} = (p_{21} - p_{20})f'_{21} = (4 - 1)1 = 3,00 \text{ см}^2$. Другият ефект на фиг. 2 е реалното структурно намаление $\Delta p_{f_2} = (f'_{21} - f'_{20})p_{20} = (1 - 2,50)1 = -1,50 \text{ см}^2$, което произлиза само от намалението на базисния дял на заетите.

На посочените ефекти в см^2 отговарят съответните им левови еквиваленти: нетен коефициентен (неструктурен) прираст $\Delta p_{p_2} = (p_{21} - p_{20})f_{21} = (4 - 1)0,100 = 0,300$ хил. лв. и нетно структурно намаление $\Delta p_{f_2} = (f_{21} - f_{20})p_{20} = (0,100 - 0,250)1 = -0,150$ хил. лв. Сумата на тези ефекти $\Delta p_{p_2} + \Delta p_{f_2} = 0,300 + (-0,150) = 0,150$ хил. лв., формира общата промяна на втория компонент $\Delta p_2 = p_{21}f_{21} - p_{20}f_{20} = 0,400 - 0,250 = 0,150$ хил. лв. (вж. таблицата). Тя показва приносът на втория отрасъл в изменението на средната производителност на труда $\Delta \bar{p}$.

Както се вижда ясно на фиг. 2, нетният коефициентен (неструктурен) прираст Δp_{p_2} е реална величина само ако се определя чрез относителния дял на заетите f_{21} от отчетната година. Ако се приложи друга схема на адитивен факторен анализ, при която се използва относителният дял на заетите f_{20} от базисната година, се получава нереален нетен ефект $\Delta p_{p_2} = (p_{21} - p_{20})f'_{20} = (4 - 1)2,50 = 7,50 \text{ см}^2$ (вж. фиг. 2). Той включва несъществуващ допълнителен прираст $(4 - 1)1,50 = 4,50 \text{ см}^2$, който трябва да се анулира чрез същото по абсолютна стойност несъществуващо допълнително намаление, за да се получи общата промяна Δp_2 на втория компонент.⁴ Несъществуващото допълнително намаление се получава само ако се използва неправилно отчетната производителност на труда p_{21} за измерване на другия (структурен) ефект по формулата: $\Delta p_{f_2} = (f'_{21} - f'_{20})p_{21} = (1,00 - 2,50)4 = -6,00 \text{ см}^2$. Този ефект е нереален, понеже включва несъществуващото съвместно намаление $(f'_{21} - f'_{20})(p_{21} - p_{20}) = (1,00 - 2,50)(4 - 1) = -4,50 \text{ см}^2$ (фиг. 2).

Следващият случай на фиг. 2 е за промените на третия компонент, които са обратни на тези на първия. Тук има също два нетни ефекта и съвместен резултат, но за разлика от разгледаните положителни ефекти при

⁴ Къналиев, Т. Има ли подходящ измерител на структурни изменения в съвкупности? – Статистика, 2003, N 2, с. 41–42.

първия компонент те представляват намаления на резултативната величина. Графично нетният коефициентен ефект представлява неструктурно намаление вследствие само на понижението на отрасловата производителност и се представя чрез квадрат с отрицателен знак. Неговата площ се определя чрез израза: $\Delta p_{p3} = (p_{31} - p_{30})f'_{31} = (3 - 4)1,00 = -1,00 \text{ см}^2$.

Вторият ефект е структурно намаление, което на фиг. 2 е показано чрез правоъгълник също с отрицателен знак. То се дължи само на съкращаването на относителния дял на заетите в третия отрасъл и се пресмята с израза:

$\Delta p_{f3} = (f'_{31} - f'_{30})p_{31} = (1,00 - 2,50)3 = -4,50 \text{ см}^2$. Последният, трети ефект представлява съвместно намаление, защото произлиза от едновременните намаления на отрасловата производителност и отрасловия дял на заетите. Той се представя на фиг. 2 също чрез правоъгълник с отрицателен знак и неговата площ се намира по формулата: $\Delta p_{pf3} = (p_{31} - p_{30})(f'_{31} - f'_{30}) = (3 - 4)(1 - 2,50) = 1,50 \text{ см}^2$. За да представлява намаление обаче, изразът за Δp_{pf3} трябва да се умножи с (-1).

От графичното представяне на трите ефекта се преминава в еквивалентните им изрази чрез относителните дялове в таблицата: $\Delta p_{p3} = (p_{31} - p_{30})f_{31} = (3 - 4)0,100 = -0,100 \text{ хил. лв.}$, $\Delta p_{f3} = (f_{31} - f_{30})p_{31} = (0,100 - 0,250)3 = -0,450 \text{ хил. лв.}$ и $\Delta p_{pf3} = (-1)(p_{31} - p_{30})(f_{31} - f_{30}) = (-1)(3 - 4)(0,100 - 0,250) = -0,150 \text{ хил. лв.}$ Както се вижда от формулата за последния ефект, новото с предлаганата методика е въвеждането на коефициента (-1), за да се изрази намалението на третия компонент от едновременните намаления на отрасловата производителност и отрасловия дял на заетите. Ако се използва друга известна схема на адитивния факторен анализ без този коефициент, се получава погрешен съвместен резултат, защото той ще бъде положителна величина. По същата причина ще бъдат нереални и другите два нетни ефекта, които ще съдържат два отрицателни съвместни резултата, за да се получи общото намаление на третия компонент.

Сумата на трите реални ефекта е $\Delta p_{p3} + \Delta p_{f3} + \Delta p_{pf3} = -0,100 + (-0,450) + (-0,150) = -0,700 \text{ хил. лв.}$ Тя представлява приносът на третия отрасъл в изменението на средната базисна производителност $\Delta \bar{p}$, защото $\Delta p_3 = p_{31}f_{31} - p_{30}f_{30} = 0,300 - 1,000 = -0,700 \text{ хил. лв.}$ (вж. таблицата).

Последният четвърти случай на фиг. 2 е обратен на втория, защото има отрицателен коефициентен (неструктурен) ефект от намалението на отрасловата производителност и положителен структурен ефект от увеличението на относителния дял на заетите. Подобно на втория случай и

тук при четвъртия се вижда ясно на фиг. 2, че двата ефекта са реални величини и няма никакъв съвместен резултат, защото промените на отрасловата производителност и относителния дял на заетите са разнопосочни величини. Графично първият ефект е коефициентно (неструктурно) намаление, което е представено на фигурата чрез правоъгълник с отрицателен знак. Неговата площ се изчислява по формулата: $\Delta p_{p4} = (p_{41} - p_{40})f'_{40} = (2 - 3)1,25 = -1,25 \text{ см}^2$. Вторият ефект представлява структурен прираст и се представя също чрез правоъгълник на фигурата, площта на който се определя по формулата: $\Delta p_{f4} = (f'_{41} - f'_{40})p_{41} = (2,00 - 1,25)2 = 1,50 \text{ см}^2$.

Съответните левови еквиваленти на посочените ефекти са $\Delta p_{p4} = (p_{41} - p_{40})f_{40} = (2 - 3)0,125 = -0,125 \text{ хил. лв.}$ и $\Delta p_{f4} = (f_{41} - f_{40})p_{41} = (0,200 - 0,125)2 = 0,150 \text{ хил. лв.}$ Общата промяна на четвъртия компонент е сумата на двата реални ефекта или $\Delta p_4 = \Delta p_{p4} + \Delta p_{f4} = -0,125 + 0,150 = 0,075 \text{ хил. лв.}$ Тя изразява приноса на четвъртия отрасъл в изменението на средната производителност на труда $\Delta \bar{p}$, защото $p_{41}f_{41} - p_{40}f_{40} = 0,400 - 0,375 = 0,075 \text{ хил. лв.}$ (вж. таблицата).

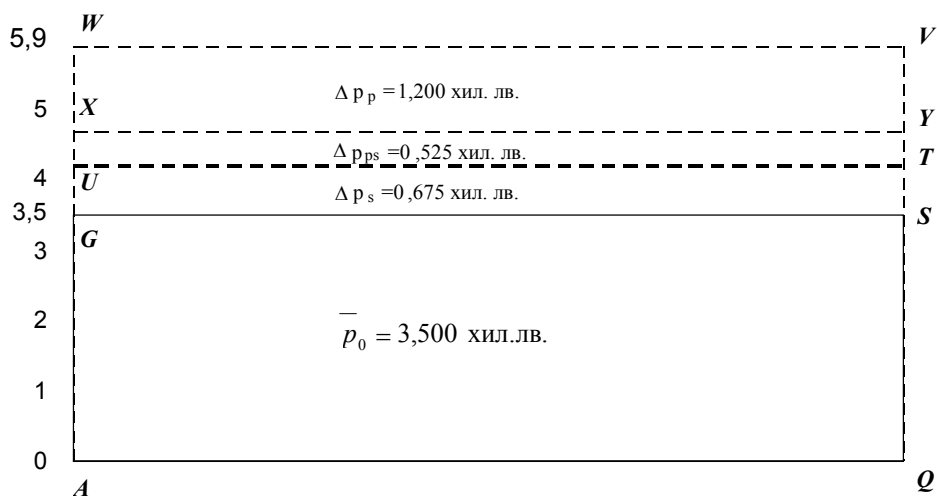
На фиг. 2 се вижда, че нетното коефициентно намаление Δp_{p4} е реална величина само ако се определя чрез базисния относителен дял на заетите f_{40} . Ако се използва относителният дял на заетите през отчетната година f_{41} , се получава нереален коефициентен (неструктурен) ефект, защото ще съдържа и допълнително несъществуващо намаление. По същата причина другият структурен ефект Δp_{f4} ще бъде също нереална величина, защото, ако се изчисли с базисната производителност p_{40} , ще включва и допълнителен несъществуващ прираст, за да се анулира допълнителното намаление в първия ефект Δp_{p4} .

На следващ етап от анализа се сумират всички отраслови ефекти от даден вид, за да се получат крайните нетни ефекти за всички наблюдавани заети. Графично това може да се извърши чрез сумиране на площите на фигурите, които изразяват ефектите от дадения вид в отделните отрасли. Ако се използва обаче съответствието между площите на фигурите и размера на ефектите в изходния мащаб, може направо да се сумират тези ефекти. Първата сума Δp_p е на нетните коефициентни ефекти, която в разглеждания пример възлиза на $1,125 + 0,300 + (-0,100) + (-0,125) = 1,200 \text{ хил. лв.}$ Това

е прирастът на средната производителност на труда от преобладаващо влияние на увеличените производителности на труда в първия и втория отрасли (вж. таблицата). Втората сума Δp_f е на нетните структурни ефекти.

В примера $\Delta p_f = 1,125 + (-0,150) + (-0,450) + 0,150 = 0,675$ хил. лв. и представлява прираст на средната производителност на труда от преобладаващо влияние на нарасналите относителни дялове на заетите в първия и четвъртия отрасли (табл.). Последният краен ефект Δp_{pf} е сума само на двата реални съвместни резултата: прирастът 0,675 хил. лв. в първия отрасъл и намалението от 0,150 хил. лв. в третия отрасъл, или $\Delta p_{pf} = 0,675 + (-0,150) = 0,525$ хил. лв. Този прираст се дължи на по-големите едновременни увеличения на производителността и на относителния дял на заетите в първия отрасъл в сравнение с по-малките намаления на производителността и дела на заетите в третия отрасъл (вж. таблицата). Накрая, сумата на трите реални ефекта $\Delta p_p + \Delta p_f + \Delta p_{pf} = 1,200 + 0,675 + 0,525 = 2,400$ хил. лв. е общият прираст на средната производителност на труда, който е точно равен на разликата между двете средни производителности на труда за отчетната и базисната година, защото $\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 5,9 - 3,5 = 2,4$ хил. лв. (вж. таблицата).

Последното аналитично представяне на $\Delta \bar{p}$ като сума от трите нетни ефекта е показано и графично на фиг. 3.



Фигура 3

Според мащабите на фиг. 1 и 2 основата на правоъгълника на фиг. 3 е с дължина 10 см (сумата на относителните дялове на четирите отрасли в см), откъдето трите нетни ефекта са представени чрез площи в см². Същите ефекти се отчитат графично и чрез съответни отсечки на ординатната ос на фиг. 3. Средната базисна производителност на труда $\bar{p}_0 = 3,5$ хил. лв. е правоъгълникът $AQSG$, докато правоъгълникът $AQVW$ е за средната отчетна производителност на труда $\bar{p}_1 = 5,9$ хил. лв. Графичният израз на разликата или прираста на тази производителност $\Delta\bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 5,9 - 3,5 = 2,4$ хил. лв. е правоъгълникът $GSVW$. Отделните нетни ефекти $\Delta p_p = 1,200$ хил. лв., $\Delta p_s = 0,675$ хил. лв. и $\Delta p_{ps} = 0,525$ хил. лв. са представени съответно с правоъгълниците $XYVW$, $GSTU$ и $UTYX$. Подреждането на тези ефекти на фиг. 3 няма никакво значение, но тъй като Δp_p се измерва най-напред, правоъгълникът за него може да бъде разположен най-отгоре на фигурата. От своя страна поради двойствената същност на съвместния резултат Δp_{ps} , той може да бъде поставен между двата нетни ефекта. Представянето на съвместния резултат като отделен, но реален ефект е новото в предлаганата методика.⁵ От трите нетни ефекта могат да се получат два брутни, всеки един от които измерва цялостният краен резултат на промените на дадените факторни показатели (производителностите и относителните дялове на заетите). Например първият брутен ефект е $\Delta p_{pb} = \Delta p_p + \Delta p_{ps} = 1,200 + 0,525 = 1,725$ хил. лв. или измерва цялостния резултат от промените на производителностите на труда в четирите отрасли. Същият ефект сме предложили в друга публикация като неструктурен.⁶ Другият брутен ефект е $\Delta p_{sb} = \Delta p_s + \Delta p_{ps} = 0,675 + 0,525 = 1,200$ хил. лв. Той измерва цялостния краен резултат на всички структурни промени на заетите.

За сравнение с предложения факторен анализ обсъжданата задача е решена и с три от най-разпространените схеми на индексния факторен анализ. Според две от тези схеми двата ефекта Δp_p и Δp_s се измерват със следните формули:

$$\Delta p_p = \sum_{i=1}^n (p_{i1} - p_{i0}) f_{i0} \quad \text{и} \quad \Delta p_s = \sum_{i=1}^n (f_{i1} - f_{i0}) p_{i1}$$

⁵ Вж. Христов, Е. Структурни и неструктурни ефекти в икономиката. – Икономика, 1987, N 8, с. 50-62.

⁶ Пак там, с. 55-56.

Факторен анализ на прирасти на средни равнища с реални нетни и брутни ефекти

$$\Delta p_p = \sum_{i=1}^n (p_{i1} - p_{i0}) f_{i1} \text{ и } \Delta p_s = \sum_{i=1}^n (f_{i1} - f_{i0}) p_{i0},$$

където всички означения са известни.

Според тези формули първият ефект Δp_p от промените на отрасловите производителности на труда може да се измерва с относителните дялове на заетите както от базисния, така през отчетния период. Според някои автори изборът на теглата зависи от конкретната задача.⁷ Но както при факторния анализ на абсолютни резултативни величини, така и тук при анализа на средни равнища с горните две схеми могат да се получат много полезни, но условни решения. Тази условност произлиза от наличието на несъществуващи допълнителни ефекти, които бяха отбелязани преди това. Именно тези нереални ефекти изопачават действителните, което може да се покаже с данните от таблицата. Ако се приеме първата традиционна схема на индексния адитивен факторен анализ,

$$\Delta p_p = \sum_{i=1}^4 (p_{i1} - p_{i0}) f_{i0} = (8-5) \cdot 0,375 + (4-1) \cdot 0,250 + (3-4) \cdot 0,250 + (2-3) \cdot 0,125 = 1,125 +$$

$$+ 0,750 - 0,250 - 0,125 = 1,500 \text{ хил. лв.}$$

Другият ефект $\Delta p_s = \sum_{i=1}^4 (f_{i1} - f_{i0}) p_{i1} =$

$$= (0,600 - 0,375) \cdot 8 + (0,100 - 0,250) \cdot 4 + (0,100 - 0,250) \cdot 3 + (0,200 - 0,125) \cdot 2 = 0,900$$

хил. лв. Действително $\Delta p_p + \Delta p_s = 1,500 + 0,900 = 2,400$ хил. лв., но двата ефекта не са равни нито на нетните, нито на брутните реални ефекти. Ако се вземе втората традиционна схема на факторния анализ, $\Delta p_p = \sum_{i=1}^4 (p_{i1} - p_{i0}) f_{i1} =$

$$= (8-5) \cdot 0,600 + (4-1) \cdot 0,100 + (3-4) \cdot 0,100 + (2-3) \cdot 0,200 = 1,800 + 0,300 - 0,100 - 0,200 =$$

$$= 1,800 \text{ хил. лв.}$$

Другият структурен ефект $\Delta p_s = \sum_{i=1}^4 (f_{i1} - f_{i0}) p_{i0} =$

$$= (0,600 - 0,375) \cdot 5 + (0,100 - 0,250) \cdot 1 + (0,100 - 0,250) \cdot 4 + (0,200 - 0,125) \cdot 3 = 1,125 -$$

$$- 0,150 - 0,600 + 0,225 = 0,600 \text{ хил. лв.}$$

Или сумата на двата ефекта е $1,800 + 0,600 = 2,400$ хил. лв. Тя е също равна на разликата $\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 2,400$ хил. лв., но получените ефекти не са равни на нетните, нито на брутните реални ефекти.

При третата традиционна схема на индексния факторен анализ се отчита и съвместен резултат. С числата от примера се получават следните резултати за трите ефекта по тази схема:

⁷ Гатев, К. Статистически методи и модели, втора част, С., УИ "Стопанство", 1993, с. 117

$$\Delta p_p = \sum_{i=1}^4 (p_{i1} - p_{i0}) f_{i0} = (8-5) \cdot 0,375 + (4-1) \cdot 0,250 + (3-4) \cdot 0,250 + (2-3) \cdot 0,125 =$$

$$= 1,875 - 0,375 = 1,500 \text{ хил. лв.}$$

$$\Delta p_s = \sum_{i=1}^4 (f_{i1} - f_{i0}) p_{i0} = (0,600 - 0,375) \cdot 5 + (0,100 - 0,250) \cdot 1 + (0,100 - 0,250) \cdot 4 +$$

$$+ (0,200 - 0,125) \cdot 3 = 1,350 - 0,750 = 0,600 \text{ хил. лв.}$$

$$\Delta p_{ps} = \sum_{i=1}^4 (p_{i1} - p_{i0})(f_{i1} - f_{i0}) = (8-5)(0,600 - 0,375) + (4-1)(0,100 - 0,250) +$$

$$+ (3-4)(0,100 - 0,250) + (2-3)(0,200 - 0,125) = 0,675 - 0,450 + 0,150 -$$

$$- 0,075 = 0,825 - 0,525 = 0,300 \text{ хил. лв.}$$

Сумата на трите ефекта възлиза също на 2400 хил. лв., но те не са равни на трите реални ефекта, получени с предлагания факторен анализ. За разглеждания пример различията са особено големи при нетните ефекти Δp_p и съвместните резултати Δp_{ps} . Конкретните разлики между реалните и условните ефекти, изчислени според трите традиционни схеми на индексния факторен анализ, могат да се установят за всеки отделен отрасъл на фиг. 2.

Методика за факторен анализ на прирасти на средни равнища – обобщения и изводи

Изменението на две претеглени средни равнища от групирани данни по някакъв признак може да се представи като алгебрична сума от три независими ефекта.

Първият от тях е нетен (чист) коефициентен ефект Δp_p , който е неструктурен, защото се дължи само на промените на груповите коефициенти, в примера отрасловите производителности на труда. Той се определя по формулата:

$$\Delta p_p = \sum_{i=1}^n (p_{i1} - p_{i0}) f_{ij} = \sum_{i=1}^n \Delta p_i f_{ij}, \text{ където } f_{ij} = \begin{cases} f_{i0} \text{ при } f_{i0} < f_{i1} \\ f_{i1} \text{ при } f_{i0} > f_{i1} \end{cases},$$

където: n е броят на групите данни (броят на отраслите);

p_{i0} и p_{i1} са груповите коефициенти (отрасловите производителности на труда) на i -та група (отрасъл) през базисния и отчетния период;

f_{i0} и f_{i1} - относителните дялове на екстензивните единици (заетите) в същата i -та група (отрасъл) през базисния и отчетния период.

Според формулата нетният коефициентен ефект Δp_p е алгебрична резултативна величина от прирастите и намаленията на груповите коефициенти (отрасловите производителности на труда), претеглени с по-малките относителни дялове на екстензивните единици (заетите) от базисния или отчетния период.

Вторият нетен (чист) ефект е структурният Δp_s , който се дължи само на структурните промени на екстензивните единици (заетите) в отделните групи (отрасли). Той се изчислява по формулата:

$$\Delta p_s = \sum_{i=1}^n (f_{i1} - f_{i0}) p_{ij} = \sum_{i=1}^n \Delta f_i p_{ij}, \text{ където } p_{ij} = \begin{cases} p_{i0} \text{ при } p_{i0} < p_{i1} \\ p_{i1} \text{ при } p_{i0} > p_{i1} \end{cases}.$$

Тъй като по условие $\sum_{i=1}^n (f_{i1} - f_{i0}) = 0$, защото $\sum_{i=1}^n f_{i0} = \sum_{i=1}^n f_{i1} = 1$,

нетният структурен ефект е също алгебрична сума от взаимно компенсиращи се групови (отраслови) прирасти и намаления на средната производителност на труда. Той се дължи само на структурните промени на екстензивните единици (заетите), които се отчитат също с по-малките стойности на груповите коефициенти от базисния или отчетния период.

Третият ефект е съвместният резултат само от еднопосочни промени (увеличения или намаления) във всяка i -та група на коефициента и относителния дял на екстензивните единици. Този ефект се определя по формулата:

$$\Delta p_{ps} = \sum_{i=1}^n h(p_{i1} - p_{i0})(f_{i1} - f_{i0}) = \sum_{i=1}^n h \Delta p_i \Delta f_i,$$

където $h = 1$, ако $\Delta p_i = (p_{i1} - p_{i0}) > 0$ и $\Delta f_i = (f_{i1} - f_{i0}) > 0$;

$h = -1$, ако $\Delta p_i = (p_{i1} - p_{i0}) < 0$ и $\Delta f_i = (f_{i1} - f_{i0}) < 0$.

При разнопосочни промени $\Delta p_i > 0$ и $\Delta f_i < 0$, или $\Delta p_i < 0$ и $\Delta f_i > 0$, няма съвместен резултат, т.е. $\Delta p_{ps} = 0$. Именно с тези условия предложената методика се различава от известната традиционна схема на адитивния индексен анализ, с която също се допуска съвместен резултат по формулата $\sum_{i=1}^n (p_{i1} - p_{i0})(f_{i1} - f_{i0})$. При отсъствие на коефициента h в нея тя е коректна само ако за всички групи (отрасли) са изпълнени условията $\Delta p_i > 0$ и $\Delta f_i > 0$.

Реалният съвместен ефект за всички групи Δp_{ps} е също алгебрична сума от реалните положителни и отрицателни съвместни резултати в отделните групи. Извеждането на съвместния резултат като отделен ефект е новото в предлаганата методика в сравнение с по-ранни наши публикации. Освен въвеждането на коефициента h друго предимство в сравнение с останалите традиционни схеми на индексния факторен анализ е, че с нея се измерват само реални прирасти и намаления на средните равнища. С традиционните схеми на анализа се получават много указателни, но условни ефекти, които съдържат несъществуващи прирасти и намаления на резултативната величина. Трето предимство на предлаганата методика е запазването на съвместния резултат като цялостен ефект. Той не трябва да се разделя на части по каквито и да е съображения, защото от разполагаемите данни за два периода не може да се определи средната производителност на труда само на промененото количество на заетите през отчетния период.

Със запазването на съвместния резултат анализът на прирастите се доближава до традиционните статистически методи като корелационно-регресионния, дисперсионния, многофакторния и др., при които се получават също реални ефекти като съвместни резултати. Вместо разделяне на части предлагаме сумиране на съвместния резултат Δp_{ps} с всеки един от двата нетни ефекта Δp_p и Δp_s , откъдето се определят два брутни ефекта Δp_{pb} и Δp_{sb} . Всеки от тях измерва цялостния или краен ефект на дадения вид промени на факторните показатели.

С предложената методика могат да се анализират всякакви показатели за икономическа ефективност при групирани данни – трудоемкост, капиталоемкост, фондоемкост, ресурсоемкост, себестойност, рентабилност и др., които имат почти универсално и изключително познавателно значение в икономическия анализ.

19.VII.2004 г.